Prépare ton entrée en 1ère Spé Maths en 30 h et +

D'après le site d'Yvan Monka : https://www.maths-et-tiques.fr/index.php/prep1
Document réalisé par l'équipe de mathématiques du lycée A. Schweitzer

Consignes

1) **Faire par écrit** chaque exercice **avant d'aller voir sa correction**.
Le sujet A est corrigé par les vidéos d'Yvan Monka (« Abonne-toi ! »)
Le sujet B est corrigé par écrit à la fin du document.
Le sujet C est corrigé sur moodle.
https://0680031p.moodle.monbureaunumerique.fr/course/view.php?id=533

2) **Travailler régulièrement**
Le corrigé des exercices C1 à C4 sera mis sur moodle à la fin de la 1ère semaine de juillet.
Le corrigé des exercices C5 à C8 sera mis sur moodle à la fin de la 2ème semaine de juillet.
Le corrigé des exercices C9 à C12 sera mis sur moodle à la fin de la 3ème semaine de juillet.
Le corrigé des exercices C13 à C16 sera mis sur moodle à la fin de la 4ème semaine de juillet.
Le corrigé des exercices C17 à C20 sera mis sur moodle à la fin de la 1ère semaine d'août.
Le corrigé des exercices C21 à C24 sera mis sur moodle à la fin de la 2ème semaine d'août.
Le corrigé des exercices C25 à C28 sera mis sur moodle à la fin de la 3ème semaine d'août.
Le corrigé des exercices C29 à C32 sera mis sur moodle à la fin de la 4ème semaine d'août.

3) **Répéter jusqu'à maîtriser**
La répétition et le plaisir de travailler sont essentiels pour acquérir des automatismes.
Ne pas hésiter à refaire les exercices difficiles quelques jours ou quelques semaines plus tard.

Pour chaque exercice, un renvoi vers les **fiches** du « cahier d'exercices Hyperbole 2de» permet de se rappeler de l'essentiel à savoir.
Au besoin, il y a aussi **des rappels de collège** page 124
ainsi que le **formulaire de seconde** page 126.

Zoomer au maximum pour mieux profiter des liens A1, B1, C1 …

Un ou des **tests sur ces exercices** pourront être donnés dès l'entrée en 1ère.

Prépare ton entrée en 1ère Spé Maths en 30 h et +

Sujet A (corrigé en vidéos)

A 1 Vidéo B1 C1 → *fiches 8, 11 & 24*

Soit $A(x) = (3+5x)^2 - (4x-7)(3+5x)$

1. Développer, réduire et ordonner $A(x)$
2. Factoriser $A(x)$
3. Choisir la forme de $A(x)$ la plus adaptée pour résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

a. $A(x) = 0$ b. $A(x) = 30$ c. $A(x) = (3+5x)^2$

A 2 Vidéo B2 C2 → *fiche 11*

1) Développer et réduire les expressions.

$A = (x-6)^2$ $B = (x-7)(x+7)$ $C = (6x+1)^2$

$D = (3x+2)^2$ $E = (9x-10)^2$ $F = (3x-8)(3x+8)$

2) Factoriser les expressions.

$A = 49x^2 - 9$ $B = 100x^2 + 100x + 25$

$C = 25x^2 - 90x + 81$ $D = 25x^2 - 70x + 49$

$E = 16x^2 - 49$ $F = 16 - 4x^2$

A 3 Vidéo B3 C3 → *fiche 11*

Factoriser les expressions.

$A = (3x+1)^2 - 81$ $B = 9 - (2x-4)^2$

$C = (3x-4)^2 - (5x-1)^2$

A 4 Vidéo B4 C4 → *fiche 11*

Démontrer chacune des égalités suivantes.

a. Pour $x \neq -3$, $\frac{4x+11}{x+3} = 4 - \frac{1}{x+3}$

b. Pour $x \neq 2$, $\frac{5-3x}{2-x} = 3 - \frac{1}{2-x}$

A 5 Vidéo B5 C5 → *fiche 9*

Écrire chaque expression sous la forme a^n , où a est un nombre relatif et n est entier :

a. $\frac{5^7 \times 5^3}{5^4}$ b. $\frac{10^5 \times 10^3}{10^6}$ c. $\frac{(8^7)^6}{8^4}$

d. $\frac{(9^{-3})^8}{9^4}$ e. $\frac{2^7 \times 2^{13}}{2^4 \times 2^2}$ f. $\frac{6^6 \times 6^{-7}}{6^{-5} \times 6^3}$

A 6 Vidéo B6 C6 → *fiche 10*

Écrire les nombres suivants sous la forme a$\sqrt{b}$, où a et b sont des nombres entiers, b étant le plus petit possible :

a. $A = 2\sqrt{18} + \sqrt{32} - \sqrt{50}$

b. $B = 3\sqrt{5} - 2\sqrt{20} - 3\sqrt{80}$

A 7 Vidéo B7 C7 → *fiche 18*

Rendre irréductible la fraction $\frac{210}{825}$

A 8 Vidéo B8 C8 → *fiche 23*

Résoudre les équations suivantes :

a. $x^2 = 400$ b. $2x^2 = 10$

c. $x^2 + 8 = 12$ d. $x^2 - 9 = 2$

A 9 Vidéo B9 C9 → *fiches 22 & 23*

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

a. $3(2-7x) = 4 - (2x+1)$

b. $3(2x-1) - (x+7) = 0$

c. $4 + \frac{2x+1}{2} = \frac{x}{4} - \frac{1}{2}$ d. $9 - \frac{2x+7}{3} = \frac{4x}{6} - \frac{1}{3}$

A 10 Vidéo B10 C10 → *fiche 26*

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes et représenter les solutions sur une droite graduée.

a. $x - 5 < 0$ b. $-x + 4 \geq 0$

c. $-8x - 5 > 0$ d. $2x - 10 < 7x + 5$

e. $5x - 5 > -9x - 2 + 5$ f. $10x + 7 - 9x \leq -5x - 1$

A 11 Vidéo B11 C11 → *fiche 27*

Résoudre dans $\mathbb{R}$, à l'aide d'un tableau de signes, les inéquations proposées.

a. $(2x+4)(3x-3) \geq 0$ b. $(15-5x)(x+1) > 0$

A 12 Vidéo B12 C12 → *fiche 27*

Résoudre dans $\mathbb{R}$, à l'aide d'un tableau de signes, les inéquations proposées.

a. $\frac{3x-6}{x-5} \leq 0$ b. $\frac{2x-10}{x-4} \geq 3$

A 13 Vidéo B13 C13 → *fiche 51*

Résoudre les systèmes :

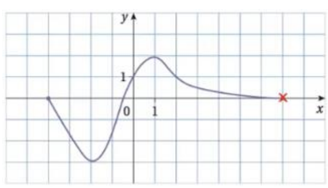
a. $\begin{cases} 6x - 5y = 38 \\ 3x - y = 13 \end{cases}$ b. $\begin{cases} 4x + 9y = 35 \\ 6x - 5y = -77 \end{cases}$

A 14 Vidéo B14 C14 → *fiches 56 & 63*

1. Soit f la fonction donnée par $f(x) = 1 + \frac{-5}{x+2}$
   a. Calculer les images par f des nombres réels 2, 3 et 4
   b. Peut-on calculer l'image de -2 par f ?
2. Soit f la fonction définie sur par $f(x) = x^2 - 3$
   a. Déterminer un antécédent de 6 par f.
   b. Déterminer un antécédent de -3 par f.

A 15 Vidéo B15 C15 → *fiches 63, 70 & 72*

Voici la courbe représentative de la fonction f.



a. Donner l'ensemble de définition de la fonction f.

b. $A(-2\,;-1)$ et $B(2\,;1)$ appartiennent-ils à la courbe ?

c. Donner les variations de la fonction f.

d. Déterminer le minimum et le maximum de la fonction f.

A 16 Vidéo B16 C16 → *fiche 63*

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[-2\,;4]$ par $f(x) = 5 + x + \frac{1}{x-7}$ et Cf sa courbe représentative.

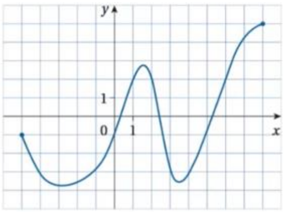
1. Tracer Cf sur l'écran de la calculatrice.
2. Déterminer graphiquement :

a. l'image du nombre 2,5

b. un antécédent de 2

A 17 Vidéo B17 C17 → *fiche 64*

Soit la représentation graphique de la fonction f définie sur l'intervalle $[-5\,;8]$.



Résoudre graphiquement sur l'intervalle $[-5\,;8]$.

a. $f(x) = 2$

b. $f(x) = -3$

c. $f(x) \leq -3$

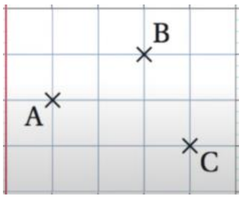
A 18 Vidéo B18 C18 → *fiche 56*

Sans calculatrice, tracer dans un même repère les représentations graphiques des fonctions proposées.

$f(x) = 5x$ $\qquad g(x) = -2x + 1$ $\qquad h(x) = \frac{1}{3}x + 1$

A 19 Vidéo B19 C19 → *fiches 32, 34 & 35*

Soit A, B et C trois points du plan.
Reproduire la figure ci-dessous en respectant le quadrillage puis construire les points N et P tels que :



$\overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

et $\overrightarrow{AP} = 3\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

A 20 Vidéo B20 C20 → *fiches 35 & 36*

1. Représenter un vecteur quelconque $\vec{u}$ du plan.
   a. Construire un vecteur $\vec{v}$ tel que $\vec{v} = -4\vec{u}$
   b. Construire un vecteur $\vec{w}$ tel que $\vec{u} = 3\vec{w}$
2. Que peut-on dire des vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{w}$? Justifier.

A 21 Vidéo B21 C21 → *fiches 32 & 33*

On considère (O ; $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$) un repère du plan.
Soit les points $A(-2\,;1)$, $B(2\,;0)$ et $C(1\,;-2)$.
Calculer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

A 22 Vidéo B22 C22 → *fiche 37*

On considère (O ; $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$) un repère du plan.
Soit les points $A(-2\,;5)$, $B(1\,;3)$, $C(-1\,;2)$ et $D(3\,;-1)$.
Démontrer que les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.

A 23 Vidéo B23 C23 → *fiches 32 & 33*

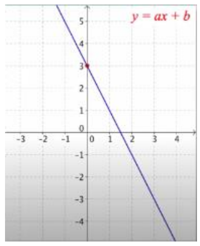
On considère (O ; $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$) un repère du plan.
Soit les points $A(-1\,;1)$, $B(5\,;2)$, $C(4\,;-2)$ et $D(-2\,;-3)$.
a. Calculer les coordonnées des milieux respectifs I et J de $[AC]$ et $[BD]$.
b. En déduire la nature du quadrilatère $ABCD$.

A 24 Vidéo B24 C24 → *fiche 33*

On considère (O ; $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$) un repère orthonormé du plan.
Soit les points $E(-3\,;-1)$, $F(2\,;-1)$, $G(5\,;3)$ et $H(0\,;3)$.
a. Calculer les longueurs des côtés de EFGH.
b. En déduire la nature de EFGH.

A 25 Vidéo B25 C25 → *fiches 48 & 56*

1) Déterminer l'équation de la droite tracée dans le repère.



2) Tracer les droites d'équation $y = 3x - 4$ et $y = 5$

A 26 Vidéo B26 C26 → *fiches 48 & 56*

a. Donner l'équation de la droite d_1 passant par le point $A(0\,;2)$ et parallèle à la droite d_2 d'équation $y = -2x + 5$.
b. Donner l'équation de la droite d_3 passant par le point $B(0\,;-1)$ et parallèle à l'axe des abscisses.
c. Donner l'équation de la droite d_4 passant par le point $C(3\,;2)$ et parallèle à l'axe des ordonnées.

A 27 Vidéo B27 C27 → *fiches 49, 50 & 51*

Soit d la droite passant par les points $A(-5\,;8)$ et B$(5\,;-7)$ et d' la droite passant par l'origine du repère et dirigée par le vecteur $\vec{v}(-2; 3)$.
1. a. Déterminer un vecteur directeur de la droite d.
b. En déduire la position relative des droites d et d'.
2. Donner une équation cartésienne de d et de d'.
3. a. Justifier que la droite d_1 dont l'ordonnée à l'origine est 1 et de vecteur directeur $\vec{u}(4; -7)$ est sécante avec d et d'.
b. Trouver les coordonnées du point d'intersection des droites d_1 et d'. Même question avec les droites d_1 et d.

A 28 Vidéo B28 C28 → *fiche 50*

Soit (O ; $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$) un repère du plan et A un point d'une droite d admettant $\vec{u}$ comme vecteur directeur.
Dans chaque cas, déterminer une équation de la droite d.
a. $A(4\,;-2)$ et $\vec{u}(2; -7)$ $\qquad$ b. $A(3\,;-1)$ et $\vec{u}(-3; -9)$

A 29 Vidéo B29 C29 → *fiches 79 & 80*

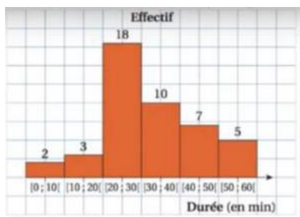
Sur les 5 dernières années, un lycée a subi successivement les variations suivantes : $-1\%, +3\%, -2\%, +3\%, +1\%$.
Sachant que le lycée comptait 1543 élèves il y a 5 ans, calculer le nombre d'élèves aujourd'hui.

A 30 Vidéo B30 C30 → *fiches 79 & 80*

Le prix des places de cinéma a augmenté de 30% en 10 ans.
Quel pourcentage de baisse faudrait-il appliquer aujourd'hui pour retrouver le prix de l'époque ?

A 31 Vidéo B31 C31 → *fiches 85 & 86*

On a mené une étude statistique sur la durée de stationnement de véhicules sur un parking.



a. Donner la médiane et les quartiles.
b. Peut-on affirmer que la médiane est égale à la moyenne ? Expliquer.

A 32 Vidéo B32 C32 → *fiche 94*

On suppose que lorsqu'un couple attend un enfant, il est équiprobable d'avoir une fille ou un garçon.
a. Représenter, à l'aide d'un arbre, les possibilités pour une famille de deux enfants.
b. Quelle est la probabilité d'avoir deux garçons ?
c. Quelle est la probabilité d'avoir une fille en second ?

Prépare ton entrée en 1ère Spé Maths en 30 h et +

Sujet B (corrigé en fin de ce document)

B 1 Corrigé A1 C1

Soit $A(x) = (5+7x)^2 - (3x-4)(5+7x)$

1. Développer, réduire et ordonner $A(x)$
2. Factoriser $A(x)$
3. Choisir la forme de $A(x)$ la plus adaptée pour résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

a. $A(x) = 0$ b. $A(x) = 45$ c. $A(x) = (5+7x)^2$

B 2 Corrigé A2 C2

1) Développer et réduire les expressions.

$A = (x-5)^2$ $B = (x-3)(x+3)$ $C = (7x+1)^2$

$D = (2x+9)^2$ $E = (5x-9)^2$ $F = (2x-5)(2x+5)$

2) Factoriser les expressions.

$A = 25x^2 - 64$ $B = 36x^2 + 12x + 1$

$C = 16x^2 - 24x + 9$ $D = 64x^2 - 80x + 25$

$E = 49x^2 - 25$ $F = 81 - x^2$

B 3 Corrigé A3 C3

Factoriser les expressions.

$A = (4x+3)^2 - 49$ $B = 25 - (3x-7)^2$

$C = (3x-4)^2 - (5x-1)^2$

B 4 Corrigé A4 C4

Démontrer chacune des égalités suivantes.

a. Pour $x \neq -2$, $\dfrac{5x+9}{x+2} = 5 - \dfrac{1}{x+2}$

b. Pour $x \neq 3$, $\dfrac{17-6x}{6-2x} = 3 - \dfrac{1}{6-2x}$

B 5 Corrigé A5 C5

Écrire chaque expression sous la forme a^n , où a est un nombre relatif et n est entier :

a. $\dfrac{5^6 \times 5^2}{5^3}$ b. $\dfrac{10^7 \times 10^4}{10^9}$ c. $\dfrac{(8^5)^4}{8^7}$

d. $\dfrac{(9^{-2})^7}{9^5}$ e. $\dfrac{2^6 \times 2^{12}}{2^5 \times 2^3}$ f. $\dfrac{6^5 \times 6^{-9}}{6^{-4} \times 6^3}$

B 6 Corrigé A6 C6

Écrire les nombres suivants sous la forme a$\sqrt{b}$, où a et b sont des nombres entiers, b étant le plus petit possible :

a. $A = 3\sqrt{8} + \sqrt{72} - \sqrt{128}$

b. $B = 9\sqrt{3} - 2\sqrt{12} - 5\sqrt{75}$

B 7 Corrigé A7 C7

Rendre irréductible la fraction $\dfrac{126}{390}$

B 8 Corrigé A8 C8

Résoudre les équations suivantes :

a. $x^2 = 900$ b. $3x^2 = 12$

c. $x^2 + 7 = 15$ d. $x^2 - 3 = 9$

B 9 Corrigé A9 C9

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

a. $5(1-6x) = 7 - (3x+1)$

b. $4(3x-1) - (x+5) = 0$

c. $5 + \dfrac{3x+1}{2} = \dfrac{x}{6} - \dfrac{5}{2}$ d. $7 - \dfrac{x+5}{3} = \dfrac{2x}{6} - \dfrac{5}{3}$

B 10 Corrigé A10 C10

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes et représenter les solutions sur une droite graduée.

a. $x - 7 \leq 0$ b. $-x + 5 < 0$

c. $-7x - 3 \geq 0$ d. $3x - 12 > 7x + 3$

e. $3x - 7 < -5x - 3 + 4$ f. $12x + 7 - 7x \geq -4x - 1$

B 11 Corrigé A11 C11

Résoudre dans $\mathbb{R}$, à l'aide d'un tableau de signes, les inéquations proposées.

a. $(3x+5)(4x-3) \geq 0$ b. $(12-4x)(x-1) > 0$

B 12 Corrigé A12 C12

Résoudre dans $\mathbb{R}$, à l'aide d'un tableau de signes, les inéquations proposées.

a. $\dfrac{2x-6}{x-7} \leq 0$ b. $\dfrac{3x-12}{x-5} \geq 4$

B 13 Corrigé A13 C13

Résoudre les systèmes :

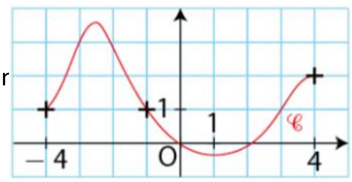
a. $\begin{cases} 8x - 7y = 41 \\ 4x - y = 13 \end{cases}$ b. $\begin{cases} 3x + 7y = 27 \\ 5x - 2y = 4 \end{cases}$

B 14 Corrigé A14 C14

1. Soit f la fonction donnée par $f(x) = 1 + \dfrac{-6}{x+5}$
   a. Calculer les images par f des nombres réels 2, 3 et 4
   b. Peut-on calculer l'image de -5 par f ?
2. Soit f la fonction définie sur par $f(x) = x^2 - 5$
   a. Déterminer le ou les antécédent(s) de 11 par f.
   b. Déterminer le ou les antécédent(s) de -5 par f.

B 15 Corrigé A15 C15

Voici la courbe représentative de la fonction f.



a. Donner l'ensemble de définition de la fonction f.

b. $A(-2\,;3)$ et $B(1;-1)$ appartiennent-ils à la courbe ?

c. Donner les variations de la fonction f.

d. Déterminer le minimum et le maximum de la fonction f.

B 16 Corrigé A16 C16

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[-2\,;4]$ par $f(x) = 3 - x + \dfrac{1}{x+5}$ et Cf sa courbe représentative.

1. Tracer Cf sur l'écran de la calculatrice.
2. Déterminer graphiquement :

a. l'image du nombre 2,5

b. le ou les antécédent(s) de 2

B 17 Corrigé A17 C17

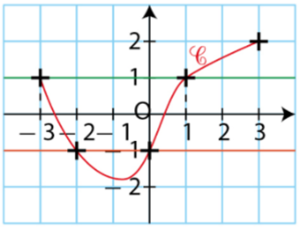
Soit la représentation graphique de la fonction f définie sur l'intervalle $[-4\,;4]$.

Résoudre graphiquement sur l'intervalle $[-4\,;4]$.

a. $f(x) = 2$

b. $f(x) = 1$

c. $f(x) \leq 1$



B 18 Corrigé A18 C18

Sans calculatrice, tracer dans un même repère les représentations graphiques des fonctions proposées.

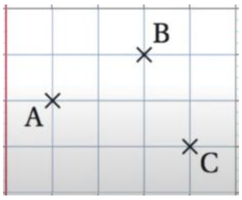
$f(x) = -3x \qquad g(x) = 2x + 3 \qquad h(x) = \frac{2}{3}x - 1$

B 19 Corrigé A19 C19

Soit A, B et C trois points du plan.
Reproduire la figure ci-dessous en respectant le quadrillage puis construire les points N et P tels que :

$\overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

et $\overrightarrow{AP} = 3\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$



B 20 Corrigé A20 C20

1. Représenter un vecteur quelconque $\vec{u}$ du plan.
   a. Construire un vecteur $\vec{v}$ tel que $\vec{v} = -2\vec{u}$
   b. Construire un vecteur $\vec{w}$ tel que $\vec{u} = 5\vec{w}$
2. Que peut-on dire des vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{w}$? Justifier.

B 21 Corrigé A21 C21

On considère (O ; $\vec{\imath},\vec{\jmath}$) un repère du plan.
Soit les points $A(-3\,;2)$, $B(5\,;0)$ et $C(2\,;-1)$.
Calculer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

B 22 Corrigé A22 C22

On considère (O ; $\vec{\imath},\vec{\jmath}$) un repère du plan.
Soit les points $A(-3\,;4)$, $B(2\,;5)$, $C(-2\,;3)$ et $D(8\,;6)$.
Démontrer que les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.

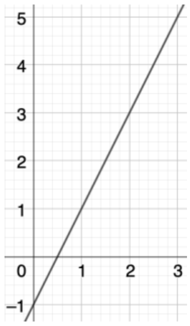
B 23 Corrigé A23 C23

On considère (O ; $\vec{\imath},\vec{\jmath}$) un repère du plan.
Soit les points $A(-2\,;1)$, $B(5\,;2)$, $C(6\,;-1)$ et $D(-1\,;-2)$.
a. Calculer les coordonnées des milieux respectifs I et J de $[AC]$ et $[BD]$.
b. En déduire la nature du quadrilatère $ABCD$.

B 24 Corrigé A24 C24

On considère (O ; $\vec{\imath},\vec{\jmath}$) un repère orthonormé du plan.
Soit les points $E(-3\,;1)$, $F(1\,;1)$, $G(3\,;4)$ et $H(-1\,;4)$.
a. Calculer les longueurs des côtés de EFGH.
b. En déduire la nature de EFGH.

B 25 Corrigé A25 C25



1) Déterminer l'équation de la droite tracée dans le repère.

2) Tracer les droites d'équation
$y = -3x + 4$ et $y = 2$

B 26 Corrigé A26 C26

a. Donner l'équation de la droite d_1 passant par le point $A(0\,;-1)$ et parallèle à la droite d_2 d'équation $y = -2x + 1$.
b. Donner l'équation de la droite d_3 passant par le point $B(0\,;3)$ et parallèle à l'axe des abscisses.
c. Donner l'équation de la droite d_4 passant par le point $C(5\,;1)$ et parallèle à l'axe des ordonnées.

B 27 Corrigé A27 C27

Soit d la droite passant par les points $A(-3\,;5)$ et B$(3\,;-7)$ et d' la droite passant par l'origine du repère et dirigée par le vecteur $\vec{v}(-1\,;2)$.
1. a. Déterminer un vecteur directeur de la droite d.
b. En déduire la position relative des droites d et d'.
2. Donner une équation cartésienne de d et de d'.
3. a. Justifier que la droite d_1 dont l'ordonnée à l'origine est 1 et de vecteur directeur $\vec{u}(3;-5)$ est sécante avec d et d'.
b. Trouver les coordonnées du point d'intersection des droites d_1 et d'. Même question avec les droites d_1 et d.

B 28 Corrigé A28 C28

Soit (O ; $\vec{\imath},\vec{\jmath}$) un repère du plan et A un point d'une droite d admettant $\vec{u}$ comme vecteur directeur.
Dans chaque cas, déterminer une équation de la droite d.
a. $A(3\,;-4)$ et $\vec{u}(3;-5)$ b. $A(2\,;-3)$ et $\vec{u}(-4;-5)$

B 29 Corrigé A29 C29

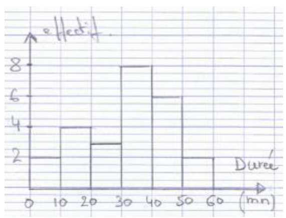
Sur les 5 dernières années, un lycée a subi successivement les variations suivantes : $-2\%, +4\%, +1\%, -3\%, +5\%$.
Sachant que le lycée comptait 1325 élèves il y a 5 ans, calculer le nombre d'élèves aujourd'hui.

B 30 Corrigé A30 C30

Le prix des places de cinéma a augmenté de 20% en 7 ans.
Quel pourcentage de baisse faudrait-il appliquer aujourd'hui pour retrouver le prix de l'époque ?

B 31 Corrigé A31 C31

On a mené une étude statistique sur la durée de stationnement de véhicules sur un parking.
a. Donner la médiane et les quartiles.
b. Peut-on affirmer que la médiane est égale à la moyenne ? Expliquer.



B 32 Corrigé A32 C32

On lance deux fois de suite un dé équilibré à 6 faces.
On gagne si on obtient un 5 sinon on perd.
a. Représenter, à l'aide d'un arbre, les possibilités de gain et de perte.
b. Quelle est la probabilité d'avoir deux pertes ?
c. Quelle est la probabilité d'avoir un gain et une perte ?

Prépare ton entrée en 1ère Spé Maths en 30 h et +

Sujet C (corrigé sur le site du Lycée)

C 1 A1 B1

Soit $A(x) = (4+3x)^2 - (x-1)(4+3x)$

1. Développer, réduire et ordonner $A(x)$
2. Factoriser $A(x)$
3. Choisir la forme de $A(x)$ la plus adaptée pour résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

a. $A(x) = 0$ b. $A(x) = 20$ c. $A(x) = (4+3x)^2$

C 2 A2 B2

1) Développer et réduire les expressions.

$A = (x-1)^2$ $B = (x-11)(x+11)$ $C = (5x+3)^2$

$D = (5x-3)^2$ $E = (4x-7)^2$ $F = (x-1)(x+1)$

2) Factoriser les expressions.

$A = 36x^2 - 16$ $B = x^2 + 14x + 49$

$C = 81x^2 - 36x + 4$ $D = 16x^2 - 80x + 100$

$E = 121x^2 - 36$ $F = 1 - 64x^2$

C 3 A3 B3

Factoriser les expressions.

$A = (5x+1)^2 - 64$ $B = 16 - (3x-5)^2$

$C = (2x-7)^2 - (6x+1)^2$

C 4 A4 B4

Démontrer chacune des égalités suivantes.

a. Pour $x \neq -3$, $\dfrac{4x+11}{x+3} = 4 - \dfrac{1}{x+3}$

b. Pour $x \neq 3$, $\dfrac{11-4x}{3-x} = 4 - \dfrac{1}{3-x}$

C 5 A5 B5

Écrire chaque expression sous la forme a^n , où a est un nombre relatif et n est entier :

a. $\dfrac{5^4 \times 5^8}{5^9}$ b. $\dfrac{10^6 \times 10^2}{10^4}$ c. $\dfrac{(8^3)^8}{8^5}$

d. $\dfrac{(9^{-5})^7}{9^6}$ e. $\dfrac{2^4 \times 2^{14}}{2^5 \times 2^8}$ f. $\dfrac{6^8 \times 6^{-3}}{6^{-7} \times 6^5}$

C 6 A6 C6

Écrire les nombres suivants sous la forme a$\sqrt{b}$, où a et b sont des nombres entiers, b étant le plus petit possible :

a. $A = 9\sqrt{5} + \sqrt{80} - \sqrt{45}$

b. $B = 3\sqrt{7} - 2\sqrt{63} - 3\sqrt{28}$

C 7 A7 C7

Rendre irréductible la fraction $\dfrac{60}{495}$

C 8 A8 C8

Résoudre les équations suivantes :

a. $x^2 = 900$ b. $3x^2 = 18$

c. $x^2 + 7 = 19$ d. $x^2 - 6 = 3$

C 9 A9 B9

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

a. $3(2-7x) = 4 - (2x+1)$

b. $3(2x-1) - (x+7) = 0$

c. $2 + \dfrac{3x+1}{4} = \dfrac{x}{8} - \dfrac{1}{4}$ d. $7 - \dfrac{5x+1}{6} = \dfrac{7x}{6} - \dfrac{1}{2}$

C 10 A10 B10

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes et représenter les solutions sur une droite graduée.

a. $x - 1 > 0$ b. $-x + 3 \leq 0$

c. $7x - 3 < 0$ d. $-3x - 11 \geq 6x + 5$

e. $4x - 1 \geq -7x - 3 + 5$ f. $10x + 6 - 7x < 5x - 3$

C 11 A11 B11

Résoudre dans $\mathbb{R}$, à l'aide d'un tableau de signes, les inéquations proposées.

a. $(5x+15)(5x-5) > 0$ b. $(8-4x)(2x+3) \leq 0$

C 12 A12 B12

Résoudre dans $\mathbb{R}$, à l'aide d'un tableau de signes, les inéquations proposées.

a. $\dfrac{4x-8}{x-3} \leq 0$ b. $\dfrac{2x-10}{x-7} \geq 4$

C 13 A13 B13

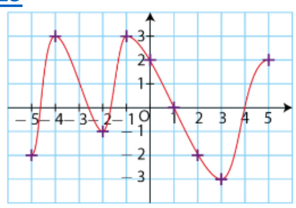
Résoudre les systèmes :

a. $\begin{cases} 5x - 3y = 16 \\ 4x - y = 10 \end{cases}$ b. $\begin{cases} 5x + 9y = 2 \\ 3x - 4y = -27 \end{cases}$

C 14 A14 B14

1. Soit f la fonction donnée par $f(x) = 1 + \dfrac{-7}{x-5}$
   a. Calculer les images par f des nombres réels 2, 3 et 4
   b. Peut-on calculer l'image de 5 par f ?
2. Soit f la fonction définie sur par $f(x) = x^2 - 5$
   a. Déterminer le ou les antécédent(s) de 11 par f.
   b. Déterminer le ou les antécédent(s) de -5 par f.

C 15 A15 B15



Voici la courbe représentative de la fonction f.

a. Donner l'ensemble de définition de la fonction f.

b. $A(-2\,;-1)$ et $B(2\,;1)$ appartiennent-ils à la courbe ?

c. Donner les variations de la fonction f.

d. Déterminer le minimum et le maximum de la fonction f.

C 16 A16 B16

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[-2\,;4]$ par $f(x) = 3 + x + \dfrac{1}{x-10}$ et Cf sa courbe représentative.

1. Tracer Cf sur l'écran de la calculatrice.
2. Déterminer graphiquement :

a. l'image du nombre 2,5

b. le ou les antécédent(s) de 2

C 17 A17 B17

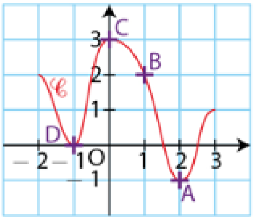
Soit la représentation graphique de la fonction f définie sur l'intervalle $[-3\,;4]$.

Résoudre graphiquement sur l'intervalle $[-3\,;4]$.

a. $f(x) = -1$

b. $f(x) = 2$

c. $f(x) > 2$



C 18 A18 B18

Sans calculatrice, tracer dans un même repère les représentations graphiques des fonctions proposées.

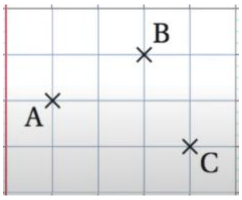
$f(x) = -x$ $\qquad g(x) = 3x - 2$ $\qquad h(x) = \frac{1}{2}x + 3$

C 19 A19 B19

Soit A, B et C trois points du plan.
Reproduire la figure ci-dessous en respectant le quadrillage puis construire les points N et P tels que :

$\overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$

et $\overrightarrow{AP} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$



C 20 A20 B20

1. Représenter un vecteur quelconque $\vec{u}$ du plan.

a. Construire un vecteur $\vec{v}$ tel que $\vec{v} = -3\vec{u}$

b. Construire un vecteur $\vec{w}$ tel que $\vec{u} = 2\vec{w}$

2. Que peut-on dire des vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{w}$? Justifier.

C 21 A21 B21

On considère $(O\,; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ un repère du plan.
Soit les points $A(-3\,;2)$, $B(2\,;1)$ et $C(4\,;-3)$.
Calculer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

C 22 A22 B22

On considère $(O\,; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ un repère du plan.
Soit les points $A(3\,;-4)$, $B(2\,;3)$, $C(-5\,;3)$ et $D(4\,;-1)$.
Démontrer que les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.

C 23 A23 B23

On considère $(O\,; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ un repère du plan.
Soit les points $A(-2;5)$, $B(-3\,;4)$, $C(4\,;-4)$ et $D(5\,;-3)$.

a. Calculer les coordonnées des milieux respectifs I et J de $[AC]$ et $[BD]$.

b. En déduire la nature du quadrilatère $ABCD$.

C 24 A24 B24

On considère $(O\,; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ un repère orthonormé du plan.
Soit les points $E(1\,;4)$, $F(4\,;2)$, $G(1\,;-1)$ et $H(-2\,;1)$.

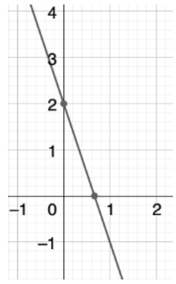
a. Calculer les longueurs des côtés de EFGH.

b. En déduire la nature de EFGH.

C25 A25 B25

1) Déterminer l'équation de la droite tracée dans le repère.

2) Tracer les droites d'équation
$y = x - 1$ et $y = -1$



C 26 A26 B26

a. Donner l'équation de la droite d_1 passant par le point $A(0\,;2)$ et parallèle à la droite d_2 d'équation $y = 3x + 4$.

b. Donner l'équation de la droite d_3 passant par le point $B(0\,;-2)$ et parallèle à l'axe des abscisses.

c. Donner l'équation de la droite d_4 passant par le point $C(2\,;-3)$ et parallèle à l'axe des ordonnées.

C 27 A27 B27

Soit d la droite passant par les points $A(-1\,;3)$ et $B(1\ -5)$ et d' la droite passant par l'origine du repère et dirigée par le vecteur $\vec{v}(-1;4)$.

1. a. Déterminer un vecteur directeur de la droite d.

b. En déduire la position relative des droites d et d'.

2. Donner une équation cartésienne de d et de d'.

3. a. Justifier que la droite d_1 dont l'ordonnée à l'origine est 1 et de vecteur directeur $\vec{u}(2;-3)$ est sécante avec d et d'.

b. Trouver les coordonnées du point d'intersection des droites d_1 et d'. Même question avec les droites d_1 et d.

C 28 A28 B28

Soit $(O\,; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ un repère du plan et A un point d'une droite d admettant $\vec{u}$ comme vecteur directeur.
Dans chaque cas, déterminer une équation de la droite d.

a. $A(3\,;-1)$ et $\vec{u}(-2;7)$ $\qquad$ b. $A(2\,;3)$ et $\vec{u}(2;5)$

C 29 A29 B29

Sur les 5 dernières années, un lycée a subi successivement les variations suivantes : $-3\%, +1\%, -4\%, +2\%, +3\%$.
Sachant que le lycée comptait 1607 élèves il y a 5 ans, calculer le nombre d'élèves aujourd'hui.

C 30 A30 B30

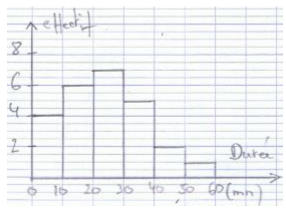
Le prix des places de cinéma a augmenté de 15% en 5 ans.
Quel pourcentage de baisse faudrait-il appliquer aujourd'hui pour retrouver le prix de l'époque ?

C 31 A31 B31

On a mené une étude statistique sur la durée de stationnement de véhicules sur un parking.

a. Donner la médiane et les quartiles.

b. Peut-on affirmer que la médiane est égale à la moyenne ? Expliquer.



C 32 A32 B32

On lance deux fois de suite un dé équilibré à 6 faces.
On gagne si on obtient un 5 sinon on perd.

a. Représenter, à l'aide d'un arbre, les possibilités de gain et de perte.

b. Quelle est la probabilité d'avoir deux gains ?

c. Quelle est la probabilité d'avoir un gain en premier ?

Corrigé du sujet B

B 1 corrigé B1

$\boldsymbol{A(x) = (5+7x)^2 - (3x-4)(5+7x)}$ ***forme initiale***

1. Développer

$A(x) = 25 + 70x + 49x^2 - (15x + 21x^2 - 20 - 28x)$
$= 25 + 70x + 49x^2 - 15x - 21x^2 + 20 + 28x$
$= \boldsymbol{28x^2 + 83x + 45}$ ***forme développée***

2. Factoriser

$A(x) = (5+7x)\big(5 + 7x - (3x-4)\big)$
$= (5+7x)(5+7x-3x+4)$
$= \boldsymbol{(5+7x)(4x+9)}$ ***forme factorisée***

3. Résoudre

L'objectif est d'arrivée à une équation produit nul *

a. $\boldsymbol{A(x) = 0}$ on utilise la ***forme factorisée***
$\Leftrightarrow \boldsymbol{(5+7x)(4x+9)} = 0$ *
$\Leftrightarrow 5 + 7x = 0 \quad ou \quad 4x + 9 = 0$
$\Leftrightarrow x = \frac{-5}{7} \quad ou \quad x = \frac{-9}{4}$ $\qquad S = \left\{\frac{-5}{7}; \frac{-9}{4}\right\}$

b. $A(x) = 45$ on utilise la ***forme dévelopée***
$\Leftrightarrow \boldsymbol{28x^2 + 83x + 45} = 45$
$\Leftrightarrow x(28x + 83) = 45 - 45$
$\Leftrightarrow x(28x+83) = 0$ *
$\Leftrightarrow x = 0 \quad ou \quad 28x + 83 = 0$
$\Leftrightarrow x = 0 \quad ou \quad x = \frac{-83}{28}$ $\qquad S = \left\{0; \frac{-83}{28}\right\}$

c. $\boldsymbol{A(x) = (5+7x)^2}$ on utilise ***forme initiale***
$\Leftrightarrow \boldsymbol{(5+7x)^2 - (3x-4)(5+7x)} = (5+7x)^2$
$\Leftrightarrow -(3x-4)(5+7x) = (5+7x)^2 - (5+7x)^2$
$\Leftrightarrow -(3x-4)(5+7x) = 0$ *
$\Leftrightarrow 3x - 4 = 0 \quad ou \quad 5 + 7x = 0$
$\Leftrightarrow x = \frac{4}{3} \quad ou \quad x = \frac{-5}{7}$ $\qquad S = \left\{\frac{4}{3}; \frac{-5}{7}\right\}$

B 2 corrigé B2

1) Développer et réduire les expressions.

$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{(x-5)^2} = x^2 - 10x + 25$
$\boldsymbol{B = (x-3)(x+3)} = x^2 - 9$
$\boldsymbol{C} = \boldsymbol{(7x+1)^2} = 49x^2 + 14x + 1$
$\boldsymbol{D} = \boldsymbol{(2x+9)^2} = 4x^2 + 36x + 81$
$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{(5x-9)^2} = 25x^2 - 90x + 81$
$\boldsymbol{F = (2x-5)(2x+5)} = 4x^2 - 25$

2) Factoriser les expressions.

$\boldsymbol{A = 25x^2 - 64} = (5x+8)(5x-8)$
$\boldsymbol{B = 36x^2 + 12x + 1} = (6x+1)^2$
$\boldsymbol{C = 16x^2 - 24x + 9} = (4x-3)^2$
$\boldsymbol{D = 64x^2 - 80x + 25} = (8x-5)^2$
$\boldsymbol{E = 49x^2 - 25} = (7x+5)(7x-5)$
$\boldsymbol{F = 81 - x^2} = (9+x)(9-x)$

B 3 corrigé B3

Factoriser les expressions.

$A = \boldsymbol{(4x+3)^2 - 49} = (4x+3+7)(4x+3-7)$
$= (4x+10)(4x-4)$
$\boldsymbol{B = 25 - (3x-7)^2} = [5 + (3x-7)][5 - (3x-7)]$
$= (5 + 3x - 7)(5 - 3x + 7) = (3x-2)(-3x+12)$
$\boldsymbol{C = (3x-4)^2 - (5x-1)^2}$
$= [(3x-4) + (5x-1)][(3x-4) - (5x-1)]$
$= (8x-5)(-2x-3)$

B 4 corrigé B4

Démontrer chacune des égalités suivantes.

a. Pour $\boldsymbol{x \neq -2}$,

$$5 - \frac{1}{x+2} = \frac{5(x+2)}{x+2} - \frac{1}{x+2} = \frac{5x+10}{x+2} - \frac{1}{x+2} = \frac{5x+9}{x+2}$$

b. Pour $\boldsymbol{x \neq 3}$,

$$3 - \frac{1}{6-2x} = \frac{3(6-2x)}{(6-2x)} - \frac{1}{6-2x} = \frac{18-6x}{(6-2x)} - \frac{1}{6-2x} = \frac{17-6x}{6-2x}$$

B 5 corrigé B5

Écrire chaque expression sous la forme $\boldsymbol{a^n}$, où a est un nombre relatif et n est entier :

a. $\frac{\boldsymbol{5^6 \times 5^2}}{\boldsymbol{5^3}} = \frac{5^{6+2}}{5^3} = 5^{8-3} = 5^5$

b. $\frac{\boldsymbol{10^7 \times 10^4}}{\boldsymbol{10^9}} = \frac{10^{7+4}}{10^9} = 10^{11-9} = 10^2$

c. $\frac{\boldsymbol{(8^5)^4}}{\boldsymbol{8^7}} = \frac{8^{5\times4}}{8^7} = 8^{20-7} = 8^{13}$

d. $\frac{\boldsymbol{(9^{-2})^7}}{\boldsymbol{9^5}} = \frac{9^{-2\times7}}{9^5} = 9^{-14-5} = 9^{-19}$

e. $\frac{\boldsymbol{2^6 \times 2^{12}}}{\boldsymbol{2^5 \times 2^3}} = \frac{2^{6+12}}{2^{5+3}} = 2^{18-8} = 2^{10}$

f. $\frac{\boldsymbol{6^5 \times 6^{-9}}}{\boldsymbol{6^{-4} \times 6^3}} = \frac{6^{5+(-9)}}{6^{-4+3}} = 6^{-4-(-1)} = 6^{-3}$

B 6 corrigé B6

Écrire les nombres suivants sous la forme a$\boldsymbol{\sqrt{b}}$, où a et b sont des nombres entiers, b étant le plus petit possible :

a. $\boldsymbol{A = 3\sqrt{8} + \sqrt{72} - \sqrt{128}}$
$= 3\sqrt{4\times2} + \sqrt{36\times2} - \sqrt{64\times2}$
$= 3\times2\sqrt{2} + 6\sqrt{2} - 8\sqrt{2} = \boldsymbol{4\sqrt{2}}$

b. $\boldsymbol{B = 9\sqrt{3} - 2\sqrt{12} - 5\sqrt{75}}$
$= 9\sqrt{3} - 2\sqrt{4\times3} - 5\sqrt{25\times3}$
$= 9\sqrt{3} - 2\times2\sqrt{3} - 5\times5\sqrt{3}$
$= 9\sqrt{3} - 4\sqrt{3} - 25\sqrt{3}$
$= \boldsymbol{-20\sqrt{3}}$

B 7 corrigé B7

Rendre irréductible la fraction $\boldsymbol{\frac{126}{390}}$

126	2	390	2
63	3	195	3
21	3	65	5
7	7	13	13
1		1	

$$\frac{126}{390} = \frac{2\times3\times3\times7}{2\times3\times5\times13} = \frac{3\times7}{5\times13} = \frac{21}{65}$$

B 8 corrigé B8

Résoudre les équations suivantes :

a. $\boldsymbol{x^2 = 900}$

$\Leftrightarrow x = \sqrt{900} \;\; ou \;\; x = -\sqrt{900}$

$\Leftrightarrow x = 30 \quad ou \quad x = -30$

$S = \{-30\,;\, 30\}$

b. $\boldsymbol{3x^2 = 12}$

$\Leftrightarrow x^2 = \frac{12}{3} = 4$

$\Leftrightarrow x = \sqrt{4} \;\; ou \;\; x = -\sqrt{4}$

$\Leftrightarrow x = 2 \quad ou \quad x = -2$

$S = \{-2\,;\, 2\}$

c. $\boldsymbol{x^2 + 7 = 15}$

$\Leftrightarrow x^2 = 15 - 7$

$\Leftrightarrow x^2 = 8$

$\Leftrightarrow x = \sqrt{8} \; ou \;\; x = -\sqrt{8}$

$S = \{-\sqrt{8}\,;\, \sqrt{8}\}$

d. $\boldsymbol{x^2 - 3 = 9}$

$\Leftrightarrow x^2 = 9 + 3$

$\Leftrightarrow x^2 = 12$

$\Leftrightarrow x = \sqrt{12} \; ou \; x = -\sqrt{12}$

$S = \{-\sqrt{12}\,;\, \sqrt{12}\}$

B 9 corrigé B9

Résoudre dans ℝ les équations suivantes.

a. $\boldsymbol{5(1-6x) = 7 - (3x+1)}$

$\Leftrightarrow 5 - 30x = 7 - 3x - 1$

$\Leftrightarrow -30x + 3x = 7 - 1 - 5$

$\Leftrightarrow -27x = 1$

$\Leftrightarrow x = \frac{-1}{27} \qquad S = \left\{\frac{-1}{27}\right\}$

b. $\boldsymbol{4(3x-1) - (x+5) = 0}$

$\Leftrightarrow 12x - 4 - x - 5 = 0$

$\Leftrightarrow 12x - x = 4 + 5$

$\Leftrightarrow 11x = 9$

$\Leftrightarrow x = \frac{9}{11} \qquad S = \left\{\frac{9}{11}\right\}$

c. $\boldsymbol{5 + \frac{3x+1}{2} = \frac{x}{6} - \frac{5}{2}}$

$\Leftrightarrow \frac{30}{6} + \frac{9x+3}{6} = \frac{x}{6} - \frac{15}{6}$

$\Leftrightarrow 9x - x = -15 - 30 - 3$

$\Leftrightarrow 8x = -48$

$\Leftrightarrow x = \frac{-48}{8} = -6 \qquad S = \{-6\}$

d. $\boldsymbol{7 - \frac{x+5}{3} = \frac{2x}{6} - \frac{5}{3}}$

$\Leftrightarrow \frac{42}{6} - \frac{2x+10}{6} = \frac{2x}{6} - \frac{10}{6}\,.$

$\Leftrightarrow -2x - 2x = -10 + 10 - 42.$

$\Leftrightarrow -4x = -42.$

$\Leftrightarrow x = \frac{-42}{-4} = \frac{21}{2} \qquad S = \left\{\frac{21}{2}\right\}$

B 10 corrigé B10

Résoudre dans ℝ les inéquations suivantes et représenter les solutions sur une droite graduée.

a. $\boldsymbol{x - 7 \leq 0}$

$\Leftrightarrow x \leq 7 \qquad S =]-\infty\,;\, 7\,]$

b. $\boldsymbol{-x + 5 < 0}$

$\Leftrightarrow -x < -5$

$\Leftrightarrow x > 5 \qquad S =]\,5\,;\, +\infty\,[$

c. $\boldsymbol{-7x - 3 \geq 0}$

$\Leftrightarrow -7x \geq 3$

$\Leftrightarrow x \leq -\frac{3}{7} \qquad S =]-\infty\,;\, \frac{-3}{7}\,]$

d. $\boldsymbol{3x - 12 > 7x + 3}$

$\Leftrightarrow 3x - 7x > 3 + 12$

$\Leftrightarrow -4x > 15$

$\Leftrightarrow x < \frac{-15}{4} \qquad S =]-\infty\,;\, \frac{-15}{4}\,[$

e. $\boldsymbol{3x - 7 < -5x - 3 + 4}$

$\Leftrightarrow 3x + 5x < -3 + 4 + 7$

$\Leftrightarrow 8x < 8$

$\Leftrightarrow x < \frac{8}{8}$

$\Leftrightarrow x < 1 \qquad S =]\,1\,;\, 3\,[$

f. $\boldsymbol{12x + 7 - 7x \geq -4x - 1}$

$\Leftrightarrow 12x - 7x + 4x \geq -1 - 7$

$\Leftrightarrow 9x \geq -8$

$\Leftrightarrow x \geq \frac{-8}{9} \qquad S =]\frac{-8}{9}; +\infty\,[$

B 11 corrigé B11

Résoudre dans ℝ, à l'aide d'un tableau de signes, les inéquations proposées.

a. $\boldsymbol{(3x+5)(4x-3) \geq 0}$ On cherche donc les valeurs de x pour lesquelles le produit $(3x+5)(4x-3)$ est positif ou nul. Pour cela on utilise un tableau de signe.

x	$-\infty$		$\frac{-5}{3}$		$\frac{3}{4}$		$+\infty$
$3x+5$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$4x-3$		$-$	|	$-$	0	$+$	
$(3x+5)(4x-5)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$(3x+5)(4x-3)$ est positif avant $\frac{-5}{3}$ et après $\frac{3}{4}$ donc :

$$S =]-\infty; \frac{-5}{3}\,] \cup [\,\frac{3}{4}; +\infty[$$

b. $\boldsymbol{(12-4x)(x-1) > 0}$

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$12-4x$		$+$	|	$+$	0	$-$	
$x-1$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$(12-4x)(x-1)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$(12-4x)(x-1)$ est strictement positif entre 1 et 3 donc :

$$S =]\,1\,;\, 3\,[$$

B 12 corrigé B12

Résoudre dans $\mathbb{R}$, à l'aide d'un tableau de signes, les inéquations proposées.

a. $\frac{2x-6}{x-7} \leq 0$ On cherche donc les valeurs de x pour lesquelles le quotient $\frac{2x-6}{x-7}$ est négatif ou nul.

Pour cela on utilise un tableau de signe.

x	$-\infty$		3		7		$+\infty$
$2x-6$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-7$		$-$		$-$	0	$+$	
$\frac{2x-6}{x-7}$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$$S = [\,3\,;7\,]$$

b. $\frac{3x-12}{x-5} \geq 4$

$\Leftrightarrow \frac{3x-12}{x-5} \geq 4 \times \frac{x-5}{x-5}$ $\Leftrightarrow \frac{3x-12}{x-5} - \frac{4x-20}{x-5} \geq 0$

$\Leftrightarrow \frac{-x+8}{x-5} \geq 0$ On cherche donc les valeurs de x pour lesquelles le quotient $\frac{-x+8}{x-5}$ est positif ou nul.

Pour cela on utilise un tableau de signe.

x	$-\infty$		5		8		$+\infty$
$-x+8$		$+$		$+$	0	$-$	
$x-5$		$-$	0	$+$		$+$	
$\frac{-x+8}{x-5}$		$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$	

$$S =]\,5\,;\,8\,]$$

B 13 corrigé B13

Résoudre les systèmes :

a. $\begin{cases} \mathbf{8x - 7y = 41} \\ \mathbf{4x - y = 13} \end{cases}$

$\begin{cases} 8x - 7y = 41 \\ -y = 13 - 4x \end{cases}$ $\begin{cases} 8x - 7y = 41 & (1) \\ y = -13 + 4x & (2) \end{cases}$

(1) $8x - 7y = 41$

$\Leftrightarrow 8x - 7(-13 + 4x) = 41$ car $y = -13 + 4x$ (2)

$\Leftrightarrow 8x + 91 - 28x = 41$

$\Leftrightarrow -20x = 41 - 91$

$\Leftrightarrow -20x = -50$

$\Leftrightarrow x = \frac{-50}{-20} = 2{,}5$

(2) $y = -13 + 4x$

$\Leftrightarrow y = -13 + 4 \times 2{,}5 = -3$ car $x = 2{,}5$

$S = \{(2{,}5\,;\,-3)\}$

b. $\begin{cases} \mathbf{3x + 7y = 27} & \times 5 & \mathbf{(1)} \\ \mathbf{5x - 2y = 4} & \times 3 & \mathbf{(2)} \end{cases}$

On multiplie chaque équation par le coefficient de x de l'autre

$\begin{cases} 15x + 35y = 135 \\ 15x - 6y = 12 \end{cases}$

$15x - 15x + 35y - (-6y) = 135 - 12$ on soustrait

$\Leftrightarrow 0 + 41y = 123$

$\Leftrightarrow y = \frac{123}{41} = 3$

$\mathbf{(1)}$ $3x + 7y = 27$

$\Leftrightarrow 3x + 7 \times 3 = 27$ car $y = 3$

$\Leftrightarrow 3x = 27 - 21$

$\Leftrightarrow x = \frac{6}{3} = 2$ $S = \{(2\,;\,3)\}$

B 14 corrigé B14

1. Soit f la fonction donnée par $f(x) = 1 + \frac{-6}{x+5}$

a. Calculer les images par f des nombres réels 2, 3 et 4

$f(2) = 1 + \frac{-6}{2+5} = \frac{7}{7} - \frac{6}{7} = \frac{1}{7}$

$f(3) = 1 + \frac{-6}{3+5} = \frac{8}{8} - \frac{6}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

$f(4) = 1 + \frac{-6}{4+5} = \frac{9}{9} - \frac{6}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

b. Peut-on calculer l'image de -5 par f ?

-5 n'a pas d'image car on ne peut pas diviser par 0.

2. Soit f la fonction définie sur par $f(x) = x^2 - 5$

a. Déterminer le ou les antécédent(s) de 11 par f.

$f(x) = x^2 - 5 = 11$

$\Leftrightarrow x^2 = 11 + 5 = 16$

$\Leftrightarrow x = \sqrt{16} = 4$ ou $x = -\sqrt{16} = -4$

4 et -4 sont les antécédents de 11 par f

b. Déterminer le ou les antécédent(s) de -5 par f.

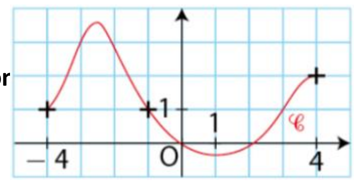
$f(x) = x^2 - 5 = -5$

$\Leftrightarrow x^2 = -5 + 5 = 0$

$\Leftrightarrow x = 0$ 0 est le seul antécédent de -5 par f

B 15 corrigé B15

Voici la courbe représentative de la fonction f.



a. Donner l'ensemble de définition de la fonction f.

$Df = [-4\,;4\,]$

b. $A(-2\,;3)$ et $B(1;-1)$ se trouvent-ils sur la courbe ?

$A(-2\,;3) \in Cf$ et $B(1;-1) \notin Cf$ par lecture graphique

c. Donner les variations de la fonction f.

x	-4		$-2{,}5$		1		4
f(x)	1	↗	3,5	↘	$-0{,}3$	↗	2

d. Déterminer le minimum et le maximum de la fonction f.

Le minimum est $-0{,}3$ et le maximum environ 3,5

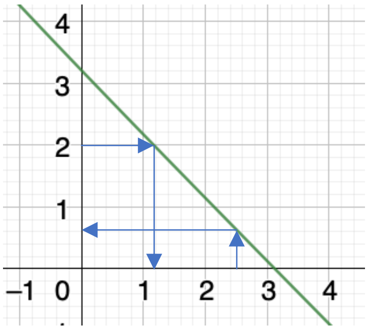
B 16 corrigé B16

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[-1\,;4]$

par $f(x) = 3 - x + \frac{1}{x+5}$ et Cf sa courbe représentative.

1. Tracer Cf sur l'écran de la calculatrice.

Zoomer ou redimensionner la fenêtre pour arriver sur l'intervalle $[-1\,;4]$



2. Déterminer graphiquement :

a. l'image du nombre 2,5

Utiliser le curseur pour lire les coordonnées des points.

l'image de 2,5 par f est environ 0,6.

b. le ou les antécédents de 2

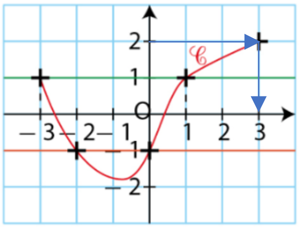
Utiliser le curseur pour lire les coordonnées des points.

un antécédent de 2 par f est environ 1,2.

B 17 corrigé B17

Soit la représentation graphique de la fonction f définie sur l'intervalle $[-4\,;4]$.

Résoudre graphiquement sur l'intervalle $[-4\,;4]$.



a. $f(x) = 2$

$S = \{3\}$

b. $f(x) = 1$

$S = \{-3\,;1\}$

c. $f(x) \leq 1$ La courbe de f est sous la droite $y = 1$ entre $x = -3$ et $x = 1$

$S = [-3\,;1\,]$

B 18 corrigé B18

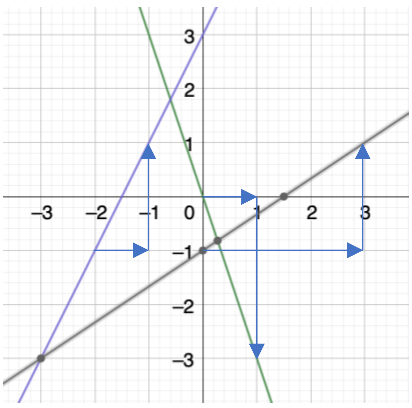
Sans calculatrice, tracer dans un même repère les représentations graphiques des fonctions proposées.

$f(x) = -3x$ $\quad g(x) = 2x + 3$ $\quad h(x) = \frac{2}{3}x - 1$

$f(x) = -3x$

$g(x) = 2x + 3$

$h(x) = \frac{2}{3}x - 1$



B 19 corrigé B19

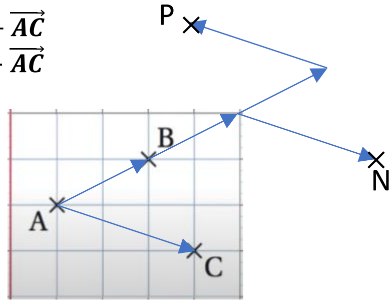
Soit A, B et C trois points du plan.

Reproduire la figure ci-dessous en respectant le quadrillage puis construire les points N et P

tels que :

$\overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

$et \quad \overrightarrow{AP} = 3\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$



B 20 corrigé B20

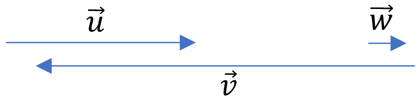
1. Représenter un vecteur quelconque $\vec{u}$ du plan.

a. Construire un vecteur $\vec{v}$ tel que $\vec{v} = -2\vec{u}$

b. Construire un vecteur $\vec{w}$ tel que $\vec{u} = 5\vec{w}$

2. Que peut-on dire des vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{w}$? Justifier.

1.



2. $\vec{v} = -2\vec{u}$ et $\vec{u} = 5\vec{w}$ donc $\vec{v} = -2 \times 5\vec{w} = -10\vec{w}$

donc $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont colinéaires.

B 21 corrigé B21

On considère $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ un repère du plan.

Soit les points $A(-3\,;2)$, $B(5\,;0)$, $C(2\,;-1)$ et $D(x\,;y)$

Calculer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

$\overrightarrow{AB}\binom{5-(-3)}{0-2} = \binom{8}{-2}$ et $\overrightarrow{DC}\binom{2-x}{-1-y}$

ABCD est un parallélogramme donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

Donc $\begin{cases} 8 = 2 - x \\ -2 = -1 - y \end{cases}$ donc $\begin{cases} x = 2 - 8 = -6 \\ y = -1 + 2 = 1 \end{cases}$ donc $D\binom{-6}{1}$

B 22 corrigé B22

On considère $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ un repère du plan.

Soit les points $A(-3\,;4)$, $B(2\,;5)$, $C(-2\,;3)$ et $D(8\,;6)$.

Démontrer que les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.

$\overrightarrow{AB}\binom{2-(-3)}{5-4} = \binom{5}{1}$ et $\overrightarrow{CD}\binom{8-(-2)}{6-3} = \binom{10}{3}$

$5 \times 3 - 1 \times 10 = 5 \neq 0$

Donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ne sont pas colinéaires.

B 23 corrigé B23

On considère $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ un repère du plan.

Soit les points $A(-2\,;1)$, $B(5\,;2)$, $C(6\,;-1)$ et $D(-1\,;-2)$.

a. Calculer les coordonnées des milieux respectifs I et J de $[AC]$ et $[BD]$.

$I\left(\begin{matrix}\frac{-2+6}{2} \\ \frac{1+(-1)}{2}\end{matrix}\right) = \binom{2}{0}$ et $J\left(\begin{matrix}\frac{5+(-1)}{2} \\ \frac{2+(-2)}{2}\end{matrix}\right) = \binom{2}{0}$

b. En déduire la nature du quadrilatère $ABCD$.

I et J ont les mêmes coordonnées donc les diagonales de ABCD ont le même milieu donc ABCD est un parallélogramme.

B 24 corrigé B24

On considère $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ un repère orthonormé du plan.
Soit les points $E(-3\,;1)$, $F(1\,;1)$, $G(3\,;4)$ et $H(-1\,;4)$.
a. Calculer les longueurs des côtés de EFGH.

$EF=\sqrt{(1-(-3))^2+(1-1)^2}=\sqrt{16+0}=4$
$FG=\sqrt{(3-1)^2+(4-1)^2}=\sqrt{4+9}=\sqrt{13}$
$GH=\sqrt{(-1-3)^2+(4-4)^2}=\sqrt{16+0}=4$
$HE=\sqrt{(-3-(-1))^2+(1-4)^2}=\sqrt{4+9}=\sqrt{13}$

b. En déduire la nature de EFGH.

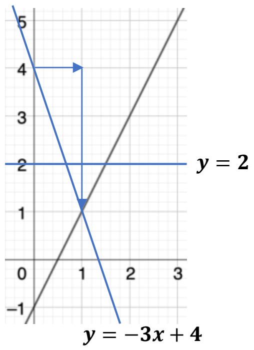
Les côtés opposés ont mêmes longueurs donc AFGH est un parallélogramme.

B 25 corrigé B25

1) Déterminer l'équation de la droite tracée dans le repère.

$y=2x-1$

2) Tracer les droites d'équation
$y=-3x+4$ et $y=2$



B 26 corrigé B26

a. Donner l'équation de la droite d_1 passant par le point $A(0\,;-1)$ et parallèle à la droite d_2 d'équation $y=-2x+1$.

Le coefficient directeur de d_2 est -2 et $d_1//d_2$
donc le coefficient directeur de d_1 est aussi -2
$A(0\,;-1)$ est un point de l'axe des ordonnées donc l'ordonnée à l'origine de d_1 est -1.
Donc l'équation de d_1 est $y=-2x-1$

b. Donner l'équation de la droite d_3 passant par le point $B(0\,;3)$ et parallèle à l'axe des abscisses.

d_3 est parallèle à l'axe des abscisses donc son coefficient directeur est 0.
$B(0\,;3)$ est un point de l'axe des ordonnées donc l'ordonnée à l'origine de d_3 est 3.
Donc l'équation de d_3 est $y=3$

c. Donner l'équation de la droite d_4 passant par le point $C(5\,;1)$ et parallèle à l'axe des ordonnées.

d_4 est parallèle à l'axe des ordonnées donc tous ses points ont même abscisse.
$C(5\,;1)$ est un point d'abscisse 5.
Donc l'équation de d_4 est $x=5$

B 27 corrigé B27

Soit d la droite passant par les points $A(-3\,;5)$ et $B(3\,;-7)$ et d' la droite passant par l'origine du repère et dirigée par le vecteur $\vec{v}(-1;2)$.
1. a. Déterminer un vecteur directeur de la droite d.

$\overrightarrow{AB}\binom{3-(-3)}{-7-5}=\binom{6}{-12}$ est un vecteur directeur de d

b. En déduire la position relative des droites d et d'.

$\overrightarrow{AB}\binom{6}{-12}$ est un vecteur directeur de d
$\vec{v}\binom{-1}{2}$est un vecteur directeur de d'
$-1\times(-12)-2\times 6=0$ donc $\overrightarrow{AB}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires
donc d et d' sont parallèles.

2. Donner une équation cartésienne de d et de d'.

Une équation cartésienne est de la forme $ax+by+c=0$

d a pour vecteur directeur $\overrightarrow{AB}\binom{6}{-12}$ donc $a=-12$ et $b=-6$
donc d a pour équation cartésienne : $-12x-6y+c=0$
d passe par $A(-3\,;5)$ donc $-12\times(-3)-6\times 5+c=0$
donc $36-30+c=0$ donc $c=-36+30=-6$
d a donc pour équation cartésienne : $-12x-6y-6=0$

d' a pour vecteur directeur $\vec{v}\binom{-1}{2}$ donc $a=2$ et $b=1$
donc d' a pour équation cartésienne : $2x+1y+c=0$
d' passe par l'origine donc $c=0$
d' a donc pour équation cartésienne : $2x+y=0$

3. a. Justifier que la droite d_1 dont l'ordonnée à l'origine est 1 et de vecteur directeur $\vec{u}(3;-5)$ est sécante avec d et d'.

$\vec{u}\binom{3}{-5}$ et $\vec{v}\binom{-1}{2}$ $3\times 2-(-5)\times(-1)=1\neq 0$
Donc $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires.
Donc d_1 est sécante avec d' et avec d car d//d'.

b. Trouver les coordonnées du point d'intersection des droites d_1 et d'. Même question avec les droites d_1 et d.

d_1 a pour vecteur directeur $\vec{u}\binom{3}{-5}$ donc $a=-5$ et $b=-3$
donc d_1 a pour équation cartésienne : $-5x-3y+c=0$
d_1 passe par $M(0\,;1)$ donc $-5\times 0-3\times 1+c=0$
donc $c=3$
d_1 a donc pour équation cartésienne : $-5x-3y+3=0$

$$\begin{cases} d_1 : -5x-3y=-3 & \times(2) \\ d' : 2x+1y=0 & \times(-5) \end{cases}$$

On multiplie chaque équation par le coefficient de x de l'autre

$$\begin{cases} -10x-6y=-6 \\ -10x-5y=0 \end{cases}$$

$-10x-(-10x)-6y-(-5y)=-6-0$ on soustrait
$\Leftrightarrow 0-y=-6$
$\Leftrightarrow y=6$
$d' : -2x-1y=0$
$\Leftrightarrow -2x-1\times 6=0$ car $y=6$
$\Leftrightarrow -2x=6$
$\Leftrightarrow x=\frac{6}{-2}=-3$ $S=\{(-3\,;\,6)\}$
Le point d'intersection de d_1 et d' a pour coordonnées $(-3\,;6)$

$$\begin{cases} d_1 : -5x-3y=-3 & \times(-12) \\ d : -12x-6y=6 & \times(-5) \end{cases}$$

On multiplie chaque équation par le coefficient de x de l'autre

$$\begin{cases} 60x+36y=36 \\ 60x+30y=-30 \end{cases}$$

$60x-60x+36y-30y=36-(-30)$ on soustrait
$\Leftrightarrow 0+6y=66$
$\Leftrightarrow y=\frac{66}{6}=11$

$d1 : \ -5x - 3y = -3$

$\Leftrightarrow -5x - 3 \times 11 = -3 \qquad$ car $y = 11$

$\Leftrightarrow -5x = -3 + 33$

$\Leftrightarrow x = \frac{30}{-5} = -6 \qquad S = \{(-6\,;11)\}$

Le point d'intersection de d_1 et d a pour coordonnées $(-6\,;11)$

<u>B 28 corrigé</u> B28

Soit (O ; $\vec{\imath},\vec{\jmath}$) un repère du plan et A un point d'une droite d admettant $\vec{u}$ comme vecteur directeur.
Dans chaque cas, déterminer une équation de la droite d.

a. $A(3\,;-4)$ et $\vec{u}(3;5)$

d a pour vecteur directeur $\vec{u}\binom{3}{5}$ donc $a = 5$ et $b = -3$

donc d a pour équation cartésienne : $5x - 3y + c = 0$

d passe par $A(3\,;-4)$ donc $5 \times 3 - 3 \times (-4) + c = 0$

donc $c = -15 - 12 = -27$

d a donc pour équation cartésienne : $5x - 3y - 3 = 0$

b. $A(2\,;-3)$ et $\vec{u}(-4;-5)$

d a pour vecteur directeur $\vec{u}\binom{-4}{-5}$ donc $a = -5$ et $b = 4$

donc d a pour équation cartésienne : $-5x + 4y + c = 0$

d passe par $A(2\,;-3)$ donc $-5 \times 2 + 4 \times (-3) + c = 0$

donc $c = 10 + 12 = 22$

d a donc pour équation cartésienne : $-5x + 4y + 22 = 0$

<u>B 29 corrigé</u> B29

Sur les 5 dernières années, un lycée a subi successivement les variations suivantes : $-2\%, +4\%, +1\%, -3\%, +5\%$.
Sachant que le lycée comptait 1325 élèves il y a 5 ans, calculer le nombre d'élèves aujourd'hui.

Diminuer de 2% revient à multiplier par 0,98
Augmenter de 4% revient à multiplier par 1,04
Augmenter de 1% revient à multiplier par 1,01
Diminuer de 3% revient à multiplier par 0,97
Augmenter de 5% revient à multiplier par 1,05

Coefficient multiplicateur global :
$0{,}98 \times 1{,}04 \times 1{,}01 \times 0{,}97 \times 1{,}05 \approx 1{,}0484$

$1{,}0484 - 1 = 0{,}0484 = 4{,}84\%$

Le taux d'évolution global est d'environ 4,84%

Le nombre d'élèves aujourd'hui est donc :
$1{,}0484 \times 1325 \approx 1389$

<u>B 30 corrigé</u> B30

Le prix des places de cinéma a augmenté de 20% en 7 ans.
Quel pourcentage de baisse faudrait-il appliquer aujourd'hui pour retrouver le prix de l'époque ?

Augmenter de 20% revient à multiplier par 1,20

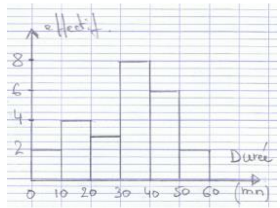
Coefficient multiplicateur réciproque : $\frac{1}{1{,}20} \approx 0{,}8333$

$0{,}8333 - 1 = -0{,}1667$

Le taux réciproque est donc environ $-16{,}67\%$
Il faudrait donc appliquer une baisse d'environ 16,67%

<u>B 31 corrigé</u> B31

On a mené une étude statistique sur la durée de stationnement de véhicules sur un parking.
a. Donner la médiane et les quartiles.



Effectif total : $2+4+3+8+6+2 = 25$ véhicules

$\frac{25}{2} = 12{,}5$ La médiane est la 13e valeur et $13 = 2+4+3+4$ donc la 13e valeur est entre 30 et 40.

On l'estime à 35 min.

$\frac{25}{4} = 6{,}25$ Le 1er quartile est la durée de la 7e valeur et $7 = 2 + 4 + 1$ donc la 7e valeur est entre 20 et 30.
On l'estime à 25 min.

$\frac{3\times25}{4} = 18{,}75$ Le 3ème quartile est le salaire de la 19e valeur et $19 = 2+4+3+8+2$ donc la 19e valeur est entre 40 et 50.
On l'estime à 45 min.

b. Peut-on affirmer que la médiane est égale à la moyenne ? Expliquer.

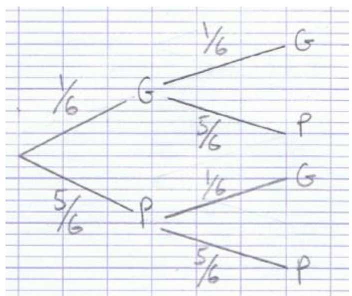
Moyenne $= \frac{2\times5+4\times15+3\times25+8\times35+6\times45+2\times55}{25} = 32{,}2$

Non, la moyenne et la médiane ne sont pas égales.

<u>B 32 corrigé</u> B32

On lance deux fois de suite un dé équilibré à 6 faces.
On gagne si on obtient un 5 sinon on perd.
a. Représenter, à l'aide d'un arbre, les possibilités de gain et de perte.

On note G le gain et P la perte.



b. Quelle est la probabilité d'avoir deux pertes ?

$$P = \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{25}{36}$$

c. Quelle est la probabilité d'avoir un gain et une perte ?

On peut d'abord avoir un gain puis une perte : $\frac{1}{6} \times \frac{5}{6}$

ou une perte puis un gain : $\frac{5}{6} \times \frac{1}{6}$

$$P = \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} + \frac{5}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{10}{36}$$